Вычислить: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{2x-1}\right)^{2x}=?$

Решение:

При решении пользовались вторым замечательным пределом: $\lim\limits_{\beta\to\infty}\left(1+\frac{1}{\beta}\right)^{\beta}=e$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{2x-1}\right)^{2x}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{2(x-0,5)}\right)^{2x}=\begin{bmatrix} x-0,5=\alpha \\ x=\alpha+0,5 \\ x\to\infty \\ \alpha\to\infty \end{bmatrix}=\lim_{\alpha\to\infty}\left(1+\frac{2}{2\alpha}\right)^{2\alpha+1}=$$

$$=\lim_{\alpha\to\infty}\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)^{2\alpha+1}=\lim_{\alpha\to\infty}\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)^{\alpha}\cdot\lim_{\alpha\to\infty}\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)^{\alpha}\cdot\lim_{\alpha\to\infty}\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)=$$

$$=\mathrm{e}\cdot\mathrm{e}\cdot1=\mathrm{e}^2\approx7,389$$

Проверка в MatCAD:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{2\cdot x-1}\right)^{2x}\to e^2$$