Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)=\sin(x+2)$ и $\beta(x)=x^2-x-6$.

Решение:

Для того, чтобы сравнить данные две бесконечно малые функции, надо вычислить предел:

$$\lim_{x\to -2}\frac{\sin(x+2)}{x^2-x-6}=?$$

Так как при $x\to -2$ и числитель и знаменатель дроби, находящейся под знаком предела, стремятся к бесконечности, и функции, стоящие в числителе и знаменателе, дифференциру

а производная функции, находящейся в знаменателе не равна 0,

то можно воспользоваться правилом Лопиталя:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$, тогда:

$$\lim_{x\to -2}\frac{\sin(x+2)}{x^2-x-6}=\lim_{x\to -2}\frac{(\sin(x+2))'}{(x^2-x-6)'}=\lim_{x\to -2}\frac{\cos(x+2)}{2x-1}=\frac{1}{-5}=-0,2$$

Так как в результате получили, что предел отношения двух бесконечно малых функций $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ равен константе (-0,2), то эти две функции являются бесконечно малыми функциями ОДНОГО ПОРЯДКА.

Проверка в MatCAD:

$$\lim_{x\to -2}\frac{\sin(x+2)}{x^2-x-6}\to -\frac{1}{5}$$